

ANEXO 7.9.1

BASES TÉCNICAS PARA LA DETERMINACION DE LA PERDIDA MAXIMA PROBABLE DE LOS SEGUROS DE HURACAN Y/U OTROS RIESGOS HIDROMETEOROLOGICOS

Para determinar las Bases técnicas para la determinación de la pérdida máxima probable de los seguros de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos, se requieren conocimientos profesionales, sobre todo en relación con el estudio de los riesgos de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos, por lo que la Junta de Gobierno de la Comisión, acordó que se contratara al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México para su asesoría en el desarrollo de sistemas y bases técnicas para adecuar la regulación y supervisión del seguro de huracán y/u otros riesgos hidrometeorológicos, en virtud de ser la institución que cuenta con los conocimientos mejor calificados en relación con el estudio de la ocurrencia y efectos de huracanes en territorio mexicano. Asimismo, se dejan a reserva los derechos que tenga el citado Instituto sobre parámetros, estadísticas y procedimientos que correspondan a estudios e investigaciones originales realizadas por el mismo.

El presente documento presenta los fundamentos técnicos para la estimación de la Pérdida Máxima Probable asociada a carteras de bienes asegurados contra daños producidos por huracán y otros riesgos hidrometeorológicos.

1. Peligros hidrometeorológicos en México

La estimación de las pérdidas asociadas a los fenómenos hidrometeorológicos se realiza a través de perturbaciones de las trayectorias de los huracanes históricos o de la simulación de eventos para el caso de granizo, inundación, maremoto, lluvia local y viento no huracanado. Estos huracanes perturbados o eventos simulados generan mapas de peligro o amenaza que junto con la evaluación de la vulnerabilidad de cada una de las construcciones de la cartera permite obtener el valor de las pérdidas.

En este capítulo se describen las variables que definen el peligro de cada uno de los fenómenos hidrometeorológicos considerados, así como la forma de generar las perturbaciones y eventos simulados.

1.1 Marea de Tormenta

Para determinar la sobre elevación del agua por marea de tormenta, η , se emplea la ecuación simplificada:

$$\eta = \frac{P_a}{100} + \frac{Kw^2x}{g(h-\eta)} \ln\left(\frac{h}{\eta}\right) \quad (1.1)$$

donde P_a [mb] es el gradiente de presión atmosférica en el punto de evaluación (playa) respecto a la presión normal, x [m] es la distancia entre la pared del huracán y el sitio de interés (playa), w es el componente normal de velocidad del viento a la playa en m/s, g [m/s²] es la aceleración de la gravedad, h [m] es la profundidad del mar en el ojo del huracán (si la profundidad es mayor a 200 m se toma este valor como umbral) y K es el coeficiente de arrastre del aire dado por:

$$K = \frac{\rho_{aire}}{\rho_{agua}} C_D \quad (1.2)$$

donde ρ_{aire} y ρ_{agua} son los pesos específicos relativos del aire y del agua, respectivamente, y C_D es un coeficiente cuyo valor está entre 2×10^{-6} a 9×10^{-6} (para el caso de huracanes se emplea 9×10^{-6}).

1.2 Viento

Viento generado por huracanes

Para determinar la velocidad máxima en el sitio de interés asociada a cada huracán se emplea un modelo paramétrico de viento que depende de la posición del ojo del huracán, de la presión central, P_0 [mb], y del radio ciclostrofico, R [km]. Los dos primeros parámetros se encuentran en los boletines climatológicos; el radio ciclostrofico se calcula como:

$$R = 0.4785P_0 - 413.01 \quad (1.3)$$

Hasta 1979 en algunos reportes meteorológicos se omitió la presión central. En estos casos se emplearon las siguientes ecuaciones para su cálculo:

$$P_0 = 1019.08 - 0.182V_v - 0.0007175V_v^2 \quad (\text{Océano Atlántico}) \quad (1.4)$$

$$P_0 = 1017.45 - 0.1437V_v - 0.00088V_v^2 \quad (\text{Océano Pacífico}) \quad (1.5)$$

En donde V_v [km/h] es la velocidad máxima de viento sostenida contenida en los boletines meteorológicos.

El modelo paramétrico calcula, primero, para un huracán en movimiento, la velocidad del viento sostenida promediada cada ocho minutos, V_m [km/h], en el sitio de interés ubicado a la distancia r [km] del centro del huracán, evaluada a diez metros sobre el nivel del mar:

$$V_m = 0.886(F_v U_R + 0.5V_F \cos(\theta + \beta)) \quad (1.6)$$

donde V_F [km/h] es la velocidad de desplazamiento del huracán, $\theta + \beta$ es el ángulo formado por la dirección de desplazamiento del huracán y el punto de interés a la distancia r , U_R [km/h] es el máximo gradiente de vientos para un huracán en estado estacionario que se calcula como:

$$U_R = 21.8\sqrt{P_N - P_o} - 0.5fR \quad (1.7)$$

donde P_N es la presión normal (igual a 1013 mb) y f es el parámetro de la fuerza de Coriolis,

$$f = 2\omega \sin \phi \quad (1.8)$$

donde $\omega \approx 0.2618 \text{ rad/hr}$ es la velocidad angular de la tierra, y ϕ es la latitud,

$$F_v = Ur/U_R \quad (1.9)$$

es un factor de amortiguamiento o la relación de la velocidad de viento a la distancia r entre el máximo gradiente de vientos (en la pared del huracán), y se aproxima mediante el siguiente polinomio:

$$\log_{10}(F_v) = aX + bX^2 + cX^3 + dX^4 \quad (1.10)$$

donde

$$X = \log_{10}(r/R) \quad (1.11)$$

y a , b , c y d son coeficientes que se obtienen de la Tabla 1.1 y están en función de X y del número de Coriolis ciclotrónico,

$$N_c = \frac{fR}{U_R} \quad (1.12)$$

Tabla 1.1 Parámetros a , b , c y d para el cálculo de la expresión (1.1)

	$X \leq 0$	$X > 0$	
		$N_c \leq 0.005$	$N_c > 0.005$
a	-0.233	$0.033 - 16.1N_c + 161.9N_c^2$	$-0.175 - 0.76N_c + 11.7N_c^2 - 28.1N_c^3 + 17N_c^4$
b	-12.91	$-0.43 + 38.9N_c - 316N_c^2$	$0.235 + 2.71N_c - 67.6N_c^2 + 189N_c^3 - 155N_c^4$
c	-19.38	$0.113 - 28.6N_c + 71.1N_c^2$	$-0.468 - 9N_c + 87.8N_c^2 - 224N_c^3 + 183N_c^4$
d	-8.311	$1.818N_c + 80.6N_c^2$	$0.082 + 3.33N_c - 26N_c^2 + 63.8N_c^3 - 51.4N_c^4$

El modelo descrito previamente nos permite calcular la velocidad de viento a 10 m sobre la superficie del mar y promediada a cada ocho minutos, por lo que es necesario realizar correcciones para estimar la velocidad de viento promediada cada minuto (V_c [km/h]), tal como se reporta en los boletines meteorológicos. Para ello se utilizan las siguientes expresiones:

$$V_c = 0.0012V_m^2 + 1.1114V_m \quad (\text{Océano Atlántico}) \quad (1.13)$$

$$V_c = 0.002V_m^2 + 0.9953V_m \quad (\text{Océano Pacífico}) \quad (1.14)$$

Con el objetivo de tomar en cuenta la variación de la velocidad de viento en tierra, se calculó una expresión que permite reproducir la velocidad de viento registrada en las Estaciones Meteorológicas Automáticas (EMA) de la Comisión Nacional del Agua (CNA) (promediada a cada 5 segundos) a partir de la velocidad de viento calculada con el modelo paramétrico. La expresión obtenida es la siguiente:

$$V_v = V_c \exp(-0.0043r) \quad (1.15)$$

Para las trayectorias de los huracanes que ingresan a territorio nacional cuyo ojo se localice en tierra firme por arriba de los 200 metros de elevación del terreno, la velocidad obtenida con la ecuación 1.15 debe corregirse con un factor de atenuación de la velocidad que considere el efecto de las montañas y cordilleras, $F_{M\alpha}$ para ello se debe emplear una expresión empírica que tome en cuenta las características de elevación del terreno.

Para calcular la velocidad de viento para una ubicación tomando en cuenta el efecto de las montañas y cordilleras, de la fricción con la superficie del terreno y la topografía local, se emplea la siguiente expresión

$$V = F_T F_\alpha V_v \quad (1.16)$$

donde F_α es el factor de montañas y cordilleras, F_T es el factor de topografía local indicado en la Tabla 1.2 y

$$F_\alpha = F_c F_{rz} \quad (1.17)$$

es el factor que toma en cuenta tanto el tamaño de la construcción, dado por F_c (que varía de 0.9 a 1.0), como la variación de la velocidad con la altura dada por F_{rz} :

$$F_{rz} = 1.56 \left(\frac{10}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{si } Z \leq 10$$

$$F_{rz} = 1.56 \left(\frac{Z}{\delta} \right)^\alpha \quad \text{si } 10 < Z < \delta$$

$$F_{rz} = 1.56 \quad \text{si } Z \geq \delta \quad (1.18)$$

donde Z [m] es la altura a la cual se desea determinar la velocidad y α y δ son constantes para los tipos de terreno más representativos de nuestro país contenidos en la Tabla 1.3.

Tabla 1.2 Factor de topografía

Sitio	Topografía	F_T
Protegido	Valles cerrados	0.8
Plano	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores que 5%	1.0
Expuesto	Cimas de promontorios, colinas o montañas, islas, terrenos con pendientes mayores que 5%	1.2

Tabla 1.3 Valores de α y δ para los tipos de terreno más comunes en México

Tipo	Descripción	α	δ (m)
1	Campo abierto plano (terreno abierto, prácticamente plano y sin obstrucciones, tal como franjas costeras planas, zonas de pantanos, campos aéreos, pastizales, tierras de cultivo sin bardas alrededor y superficies nevadas planas)	0.099	245
2	Arboles o construcciones dispersas (campos de cultivo o granjas con pocas obstrucciones tales como bardas, árboles y construcciones dispersas)	0.128	315
3	Arbolado, lomeríos, barrio residencial (terreno cubierto por numerosas obstrucciones estrechamente espaciadas, por ejemplo áreas urbanas, suburbanas y de bosques; el tamaño de las construcciones corresponde al de casas y viviendas)	0.156	390
4	Muy accidentada, centro de ciudad (terreno con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas como el centro de grandes ciudades y complejos industriales bien desarrollados)	0.170	455

Viento generado por otros fenómenos hidrometeorológicos

Siguiendo los mismos criterios que para vientos generados por huracanes, se generan eventos que reproducen los datos de vientos históricos de las estaciones climatológicas. Estos eventos son importantes tanto para reproducir vientos de baja magnitud pero de alta frecuencia en zona de huracanes como para reproducir el campo de viento total en las otras zonas del país.

1.3 Lluvia local

Es el peligro causado por exceso de lluvia sin que esté relacionado con el desborde de ríos o embalses; se debe a que el escurrimiento y drenaje locales son incapaces de absorber la lluvia produciéndose inundaciones locales de pequeña magnitud.

Lluvia local generada por huracanes

Para determinar la precipitación ocasionada por huracán se emplea la expresión empírica siguiente:

$$P_{10} = FCv \cdot \left[\frac{122.15}{1 + 523.59 \cdot \text{Exp}(-0.1412 \cdot R)} \right] \quad \text{si } R \leq 37 \text{ km} \tag{1.19}$$

$$P_{10} = FCv \cdot [36.52 - 34.40 \cdot \text{Exp}(-2051.4R^{-1.9193})] \quad \text{si } R > 37 \text{ km}$$

donde P_{10} [mm] es la precipitación promedio de 10 minutos, R [km] es la distancia del centro del huracán al punto de interés, los parámetros $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, d_2, a_3$ y b_3 son factores de ajuste del modelo y FCv es el factor de corrección que toma en cuenta la intensidad del huracán mediante la velocidad que se obtiene como:

$$FCv = \frac{a}{[1 + \text{Exp}(b - c \cdot Vv)]^{1/d}} \tag{1.20}$$

donde Vv [m/s] es la velocidad máxima del viento del huracán y los parámetros a, b, c y d son factores de ajuste los cuales se han obtenido de calibraciones con los registros de lluvia disponibles.

Para la determinación de la lámina de inundación por lluvia local se toman en cuenta de manera aproximada el escurrimiento e infiltración del suelo, la topografía local y el drenaje urbano.

1.4 Maremoto

La historia de la sismicidad en México indica que los sismos con potencial tsunamigénico para la costa occidental tienen magnitud mayor que siete y son los que ocurren en la zona de contacto interplaca localizada entre la costa y la Trinchera Mesoamericana (Figura 1.1).

Para la determinación de las áreas de inundación costera y sus respectivas alturas de ola se emplean modelos de propagación de ondas en aguas someras para los cuales se divide el problema en dos procesos: el de generación y el de propagación y arribo.

Generación

La condición inicial del tsunami consiste en prescribir una deformación vertical instantánea de la superficie del mar suponiendo que esta es igual a la deformación vertical cosísmica del lecho marino. Para ello se usan modelos de ruptura sísmica, que deben considerar parámetros de rigidez del material en la falla, área de ruptura y dislocación de la falla.



Figura 1.1 Zonas de sismos tsunamigénicos en México

Propagación y arribo

Para la altura máxima de ola se empleó el modelo no-lineal de propagación resultado de la aplicación de las ecuaciones de movimiento no-lineales para aguas someras integradas verticalmente (ecuaciones 1.21 y 1.22) y la ecuación de continuidad (ecuación 1.23) sin el término de efecto Coriolis:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gm^2}{D^{7/3}} U \sqrt{U^2 + V^2} = 0 \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gm^2}{D^{7/3}} V \sqrt{U^2 + V^2} = 0 \quad (1.22)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1.23)$$

donde η representa el desplazamiento vertical de la superficie del agua respecto al nivel en reposo, g es la aceleración gravitacional, $D=(\eta+h)$ representa la profundidad instantánea de la columna de agua donde h es la profundidad media, U y V son los gastos en las direcciones longitudinal (x) y latitudinal (y), respectivamente, y m es el parámetro de rugosidad de Manning (se considera constante e igual a 0.025).

Para simular adecuadamente la altura del tsunami en la costa y su penetración tierra adentro es necesario incluir los términos no lineales en el conjunto de ecuaciones 1.21 a 1.23. La inclusión de estos términos requiere de una batimetría de alta resolución costera, misma que no está disponible a la fecha para la mayor parte de la costa occidental de México. Por ello, se obtuvo una aproximación de la altura del tsunami en la costa, η_2 , a partir de la altura del tsunami calculada para la isóbata de 100, aplicando la ecuación siguiente:

$$\eta_2 = \eta_1 \left(\frac{h_1}{h_2} \right)^{1/4} \quad (1.24)$$

donde η_1 es la altura del tsunami aguas adentro sobre la isóbata 100, h_1 es la profundidad aguas adentro y h_2 es la profundidad cerca de la costa.

La solución se obtuvo resolviendo analíticamente la ecuación de onda para una ola que se propaga en una batimetría con pendiente constante. En este caso la ecuación 1.24 queda en función de un factor de amplificación: $\eta_2 = 2.73 \eta_1$.

1.5 Modelo de Granizo

Se establece como medida de la intensidad de una tormenta de granizo la energía cinética por unidad de área. Esto corresponde a una medida tanto de la velocidad con que cae el granizo como de su tamaño.

Dado que no existe una manera directa de medir la energía cinética muchos estudios han propuesto relaciones de esta medida con otras más fáciles de determinar. Es posible establecer relaciones de la energía cinética con la reflectividad captada durante una tormenta por un radar Doppler. De acuerdo con estos estudios al determinar mapas de reflectividad, Z [mm^6m^{-3}], se puede obtener el flujo de energía cinética, \dot{E} , empleando la siguiente relación empírica:

$$\dot{E}(x, y, t) = 5 \times 10^{-6} \times Z^{0.84} \quad (\text{J} / \text{m}^2\text{s}) \quad (1.25)$$

La energía cinética, E_k [Jm^{-2}], se obtiene integrando la ecuación (1.25):

$$E_k = \int_{t_0}^{t_1} \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^{x_1} \dot{E}(x, y, t) dx dy dt \quad (1.26)$$

donde t_0 y t_1 son los instantes de inicio y final de la tormenta, y x_0 , x_1 y y_0 , y_1 son los elementos del radar en una resolución de 0.5×0.5 km.

La curva de excedencia de intensidad se puede representar de la siguiente manera:

$$\lambda(E) = \begin{cases} \lambda_0 e^{-\frac{E-E_0}{\alpha}} & \text{si } E_0 \leq E < E_U \\ \lambda_0 e^{-\frac{E_U-E_0}{\alpha}} & \text{si } E \geq E_U \end{cases} \quad (1.27)$$

donde λ_0 es la tasa de excedencia anual de E_0 , que es la mínima intensidad, E_U es la intensidad máxima posible, y α es un parámetro que para el caso de México es $\alpha=79.5$.

Las tormentas de granizo usualmente se extienden unos cuantos kilómetros cuadrados, casi siempre menos que la extensión de los municipios que afecta. En ese sentido es necesario considerar una atenuación de la intensidad de las tormentas de granizo en función de la distancia de manera que se pueda determinar un área de influencia. Se aplicó la siguiente función de atenuación de la intensidad

$$E(r) = E_{k0} \cdot \text{Exp}(-kr^h) \quad (1.28)$$

que es una función decreciente con tasa exponencial donde E_{k0} es la intensidad en el centro de la tormenta (la máxima), r es la distancia del punto donde nos interesa conocer la intensidad respecto del centro de la tormenta, y k y h son parámetros que determinan el perfil de la curva.

1.6 Modelo de Inundación

El peligro de inundación por exceso de lluvia se relaciona directamente con la precipitación pluvial en la cuenca donde se ubica el inmueble asegurado y las características de la topografía del terreno circundante. Por lo tanto, el procedimiento utilizado para determinar los escurrimientos a partir de la precipitación que los origina está basado en un modelo de lluvia-escurrimiento; así, la secuencia metodológica del sistema de estimación de riesgo por inundación divide la evaluación del peligro en un análisis hidrológico y en otro hidráulico.

El análisis hidrológico incluye el estudio de la precipitación en la cuenca donde se localiza el inmueble asegurado y su relación con el escurrimiento que habrá de concentrarse en las obras de drenaje o las corrientes naturales. El análisis hidráulico se refiere al comportamiento en el tiempo del caudal obtenido con el análisis hidrológico, al transitar por el drenaje o los cauces fluviales.

Para conocer la cantidad de precipitación en una cuenca dado un escenario de lluvia, se calcula la media aritmética de las alturas de precipitación, P_m ,

$$P_m = \frac{1}{A} \int_A P(x, y) dA \quad (1.29)$$

donde $P(x, y)$ es la precipitación por unidad de área y A es el área de la cuenca analizada.

El volumen de precipitación que sobrepasa la capacidad de la sección de un cauce natural dado un escenario de lluvia, se derramará hacia la llanura circundante al punto de desbordamiento, dando lugar a una inundación que afectará los inmuebles localizados en el sitio. Este volumen de inundación se calcula con la diferencia entre el gasto que escurre hasta un punto analizado en el cauce del río, y el gasto que puede fluir por la sección del cauce natural dadas sus propiedades geométricas.

El gasto que escurre hasta un punto analizado en el cauce del río se calcula de la siguiente manera:

$$Q_p = \frac{2V_{ed}}{t_b} \quad (1.30)$$

donde: Q_p es el gasto de pico que escurrirá hacia el punto analizado en el cauce del río; V_{ed} es el volumen de escurrimiento directo en el punto analizado, el cual depende del coeficiente de escurrimiento para el área drenada y el área de la cuenca; t_b es el tiempo de base para el hidrograma unitario que contiene el gasto pico.

El gasto que puede fluir por la sección de un cauce natural dada su geometría, se calcula de la siguiente manera:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot S^{1/2} \cdot R_{RiO}^{2/3} \cdot A_{RiO} \quad (1.31)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning, S es la pendiente longitudinal del cauce, R_{RiO} es el radio hidráulico y A_{RiO} es el área de la sección transversal.

La diferencia entre los gastos calculados con las ecuaciones 1.30 y 1.31 corresponde al gasto en exceso que sobrepasa la capacidad de la sección del cauce natural y que ocasionará inundación en el terreno circundante.

Para determinar el área de terreno inundada durante un escenario de lluvia y el tirante de inundación, se emplean ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y continuidad; en ellas las velocidades corresponden a su valor promedio en la vertical.

Las ecuaciones dinámicas que describen la conservación de cantidad de movimiento son:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{n^2 |u| u}{h^3} = -\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial x} \quad (1.32)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{n^2 |v| v}{h^3} = -\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \quad (1.33)$$

en donde u y v son las componentes de la velocidad en las direcciones x y y respectivamente, n es el coeficiente de rugosidad según la fórmula de Manning, h es el nivel de la superficie libre del agua con respecto al nivel del terreno natural y t es el tiempo.

El principio de la conservación de masa (ecuación de continuidad) en dos dimensiones horizontales establece que:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} uh + \frac{\partial}{\partial y} vh = 0 \quad (1.34)$$

El área (en proyección horizontal) de la llanura a inundarse se divide en celdas de forma rectangular de largo Δx y ancho Δy . Para calcular el flujo de agua en una planicie de inundación se debe resolver el sistema de ecuaciones diferenciales formado por las expresiones 1.32, 1.33 y 1.34 considerando condiciones iniciales y de frontera.

1.7 Escenarios o eventos

Para poder realizar correctamente los cálculos de las distribuciones de probabilidad de pérdida se debe recurrir al concepto de "evento". Los eventos están constituidos por el paso de huracanes, tormentas y otras amenazas.

Simulación de Huracanes para estimar pérdidas

El registro de huracanes que han afectado nuestro país data de finales del siglo XIX. Sin embargo, no es sino hasta mediados del siglo XX que se dispone de registros de sus trayectorias completas y de parámetros indicativos de su severidad, tales como la presión barométrica en el ojo o la velocidad ciclotrónica. En estas condiciones, la base de datos útiles de huracanes es limitada por lo que fue necesario extenderla, mediante la generación (simulación) de huracanes artificiales. Conviene señalar que, en el futuro, la base de datos de huracanes históricos se deberá complementar con los nuevos eventos de cada año a medida que se vayan registrando.

Para generar huracanes artificiales, se debe utilizar el método de perturbar las trayectorias de huracanes reales que hayan sido correctamente registrados.

Para simular la trayectoria del huracán artificial se debe precisar la posición del ojo mediante sus coordenadas geográficas de longitud y latitud, $x_S(t_k)$ y $y_S(t_k)$, respectivamente, en cada instante de tiempo k . El proceso de simulación se debe realizar con la siguiente expresión, aplicable al caso de la longitud, y con un procedimiento similar para el caso de latitud:

$$x_S(t_{k+1}) = x_S(t_k) + \Delta X_{k,k+1} + e \quad (1.35)$$

donde $x_S(t_{k+1})$ es la longitud en el instante $k+1$, $x_S(t_k)$ es la longitud en el instante k , $\Delta X_{k,k+1}$ es el

incremento observado entre los instantes k y $k+1$ y e es una variable aleatoria con distribución normal de media cero y desviación estándar $\sigma = 0.5^\circ$. Este valor de desviación se obtuvo a partir de todos los huracanes perturbados y de comparar los resultados arrojados por el modelo de viento con los datos de todas las estaciones climatológicas, dado que no hay datos para comparar elevaciones de marea. Con esto asumimos que si los huracanes simulados reproducen adecuadamente las observaciones de viento es de esperarse que sean también adecuados para marea de tormenta.

2. Vulnerabilidad

La vulnerabilidad se define como la susceptibilidad o propensión de los bienes expuestos a ser dañados por el efecto de un peligro o amenaza. La vulnerabilidad se expresa en términos del valor de reparación del daño causado a un sistema expuesto, normalizado con respecto al costo de la reconstrucción total. En vista de esto, la función de vulnerabilidad toma valores entre cero y uno.

2.1 Daño esperado dada la intensidad

Viento

La forma general de las funciones de vulnerabilidad utilizadas para obtener el valor esperado de la pérdida por viento, β , dada una intensidad V , está dada por:

$$E[\beta | V] = 1 - 0.5 \left(\frac{V}{V_r} \right)^p \quad (2.1)$$

donde V [km/h] es la velocidad del viento y γ y ρ son los parámetros que definen la forma de las funciones de vulnerabilidad para diferentes sistemas estructurales considerando sus distintas características. El valor de estos parámetros está sujeto a modificaciones y ajustes en la medida en que se conozca mejor el comportamiento de los diferentes sistemas estructurales y sus contenidos ante la acción del viento.

Granizo

Se usa la misma forma general de la función de vulnerabilidad que para viento:

$$E[\beta | E_k] = 1 - 0.5 \left(\frac{E_k}{\gamma} \right)^\rho \quad (2.2)$$

donde E_k representa la energía cinética y γ y ρ son los parámetros que definen la forma de las funciones de vulnerabilidad para diferentes sistemas estructurales. En la Figura 2.1 se presenta un ejemplo de este tipo de funciones para el caso de granizo. Al igual que para viento, estos parámetros deberán modificarse en la medida en que se tenga información y se conozca mejor el comportamiento de los diferentes sistemas estructurales y sus contenidos ante la acción del granizo.

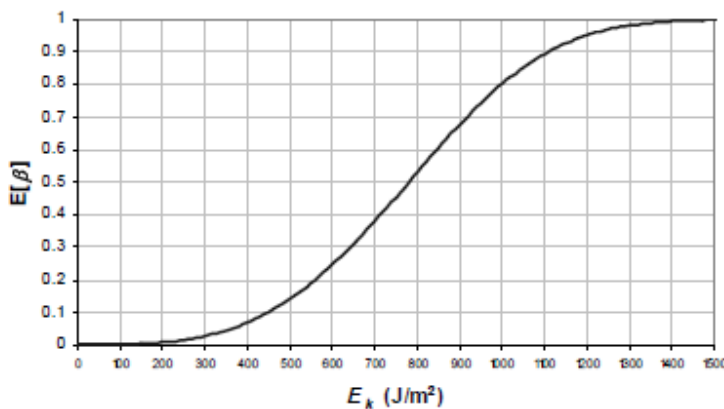


Figura 2.1 Función de vulnerabilidad tipo para edificios y contenidos

Marea de tormenta, lluvia, inundación y maremoto

Para inmuebles de un solo nivel, la expresión que representa el valor esperado de daño por inundación cualquiera que sea la causa es la siguiente función:

$$E(\beta | T) = aT^3 + bT^2 + cT \quad (2.3)$$

donde T [m] es el tirante de inundación para el sitio analizado y a , b , y c son constantes que definen la función para diferentes tipos de usos.

Para inmuebles de varios niveles, se extrapoló la función de daño anterior suponiendo que los valores y la densidad de contenidos se mantendrán constantes con el número de niveles. De esta forma se obtuvo una expresión general para cualquier número de niveles y para cualquier tirante de inundación:

$$E(\beta | T) = \frac{\delta_{N1max}(N_{st} - 1) + \delta_{N1T}}{N_T} \quad (2.4)$$

donde δ_{N1max} es el daño calculado usando la ecuación (2.3) para tirante máximo, δ_{N1T} es el daño calculado con la misma ecuación para un tirante T sobre los niveles completamente inundados, N_T es el número total de niveles y N_{st} es el nivel donde se encuentra la superficie de inundación del agua.

Con la aplicación de la ecuación (2.4) se obtuvieron las curvas de daño para cualquier número de niveles en función de las curvas obtenidas para un nivel. Al igual que la expresión para un nivel, esta ecuación tiene como límite de aplicación la altura máxima del inmueble y a partir de este valor la pérdida es constante. En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo de las funciones para uno, dos y tres niveles de un hotel tipo.

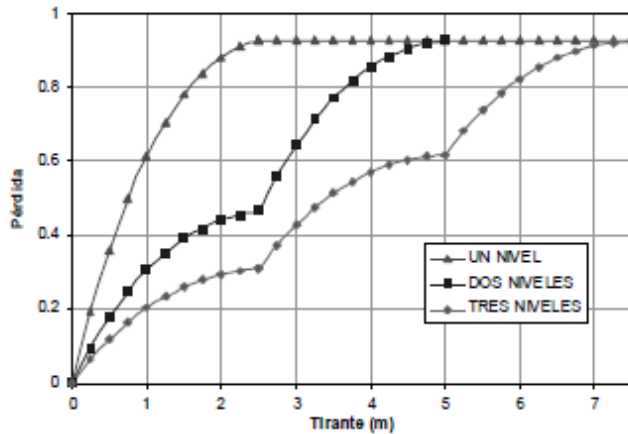


Figura 2.2 Función de vulnerabilidad ante inundación para un hotel tipo de uno, dos y tres niveles

2.2 Densidad de probabilidad del daño en una edificación

Se considera que las relaciones de vulnerabilidad no son deterministas, por lo que se supuso que, dada una intensidad de viento, granizo o cualquier tipo de inundación, el daño bruto β es una variable aleatoria cuyo valor esperado (el valor medio) está dado por las ecuaciones de la sección anterior. La densidad de probabilidades del daño en la estructura se supondrá de tipo Beta, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$p_{\beta}(\beta) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} \beta^{a-1} (1-\beta)^{b-1} \quad (2.5)$$

donde a y b son parámetros que pueden calcularse a partir de la media y el coeficiente de variación del daño, $C(\beta)$, de la siguiente manera:

$$a = \frac{1 - E(\beta) - E(\beta)C^2(\beta)}{C^2(\beta)} \quad (2.6)$$

$$b = a \left[\frac{1 - E(\beta)}{E(\beta)} \right] \quad (2.7)$$

$$C^2(\beta) = \frac{\sigma_{\beta}^2(\beta)}{E^2(\beta)} \quad (2.8)$$

donde $\sigma_{\beta}^2(\beta)$ es la varianza de la pérdida.

Existe poca información para determinar la varianza (o el coeficiente de variación) del daño bruto. Se sabe, sin embargo, que cuando el valor esperado de la pérdida es nulo la dispersión también lo es. De igual forma, cuando el valor esperado de la pérdida es total, la dispersión es también nula.

Se utilizó para calcular la varianza condicional de la pérdida la siguiente expresión:

$$\sigma_{\beta}^2(\beta) = Q(E(\beta))^{r-1} (1-E(\beta))^{s-1} \quad (2.9)$$

donde

$$Q = \frac{V_{\max}}{D_0^{r-1} (1-D_0)^{s-1}} \quad (2.10)$$

$$s = \frac{r-1}{D_0} - r + 2 \quad (2.11)$$

V_{\max} , D_0 y r son parámetros que dependen del tipo estructural: V_{\max} es la varianza máxima y D_0 es el nivel de daño para el que ocurre esta varianza máxima.

Una vez determinados $E(\beta)$ y $\sigma^2(\beta)$ queda completamente definida la distribución de probabilidades del daño bruto de una edificación.

3. Estimación de pérdidas para fines de seguros

3.1 Conceptos generales

En esta sección se describen los conceptos generales de los procedimientos para evaluar pérdidas netas en carteras de compañías de seguros sometidas a la acción de varios peligros.

El esquema general de cálculo se describe en el siguiente diagrama de flujo. En los incisos siguientes se presentarán los procedimientos para llevar a cabo los cálculos que se indican en el diagrama. El ciclo más externo del diagrama corresponde a cada uno de los peligros considerados; le siguen los escenarios de cada peligro, las pólizas y por último las ubicaciones. Para estas últimas se calculan las funciones de distribución de pérdida (fdp) bruta y neta (P_{N1}); en ciclos más externos se obtiene la correspondiente fdp para pólizas colectivas (P_{N2}) y para cada escenario (P_{NE}), mismas que se utilizan para determinar las pérdidas asociadas a toda la cartera.

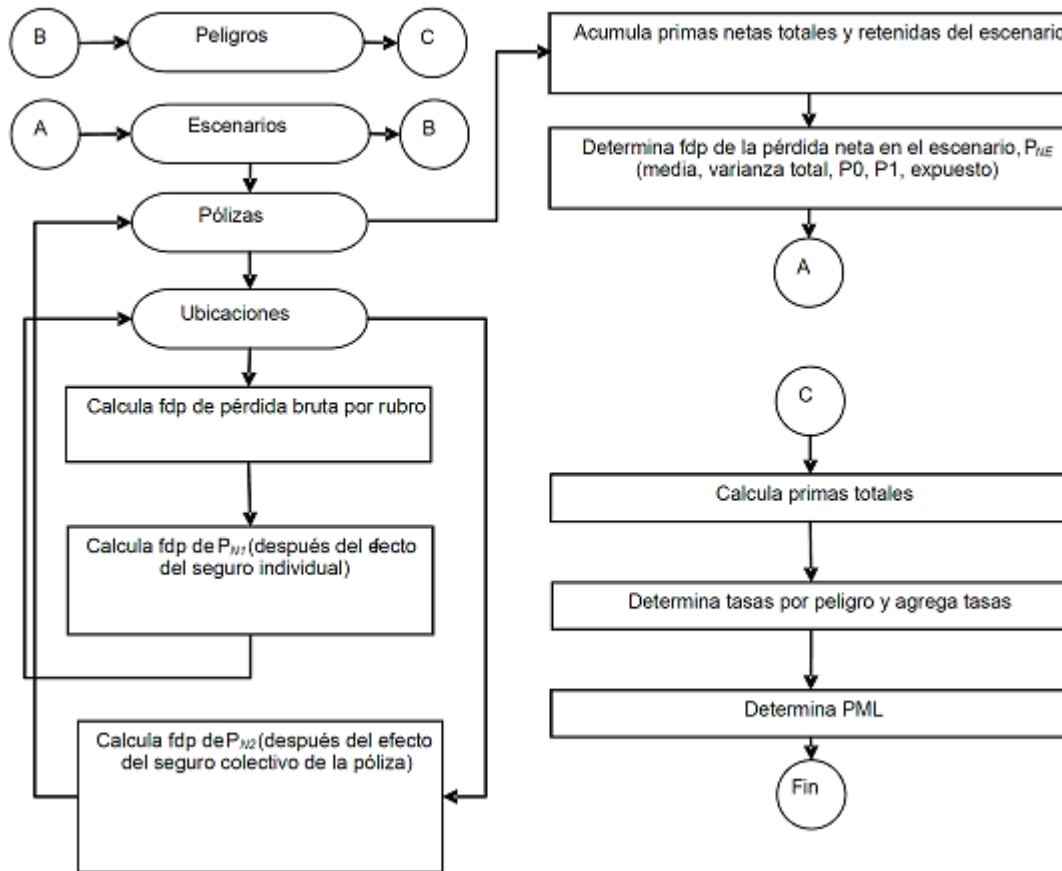


Figura 3.1 Diagrama de flujo general del cálculo de pérdidas ante múltiples fenómenos hidrometeorológicos

Se supone que, como se ha señalado, cada peligro hidrometeorológico se encuentra caracterizado por diversos *escenarios* o *eventos*, cada uno de ellos con una probabilidad anual de ocurrencia. En general, cada peligro se considera de manera independiente, salvo el caso de huracanes donde se producen tres tipos de pérdidas simultáneas: viento, marea de tormenta e inundación local por lluvia (sin considerar inundación por desborde de ríos, lagunas o presas).

La cartera de una compañía de seguros estará, en general, formada por una o más pólizas, y cada póliza por una o más ubicaciones. En la siguiente sección se describen los tipos de póliza considerados, dependiendo de las modalidades de operación del seguro en cada uno de ellos.

3.2 Tipos de póliza considerados

Como ya se indicó en el inciso 3.1, los cálculos sobre las pólizas deben realizarse para cada uno de los escenarios de todos los peligros y cada uno de los escenarios del mismo.

3.2.1 Pólizas individuales

Se trata del caso más común y más simple: a cada póliza corresponde una sola ubicación, por lo que el proceso de ajuste de las pérdidas se lleva a cabo individualmente para cada inmueble en cada uno de los cuatro rubros (edificio, contenidos, pérdidas consecuenciales y bienes bajo convenio expreso). El proceso de ajuste de las pérdidas, es decir, el proceso mediante el que se calcula la pérdida neta total para la compañía de seguros asociada a la póliza, se lleva a cabo de la siguiente manera:

- 1) Se determina la pérdida bruta por rubro para cada ubicación.
- 2) Se determina la pérdida neta por rubro en cada ubicación mediante la aplicación del efecto del deducible, coaseguro, límite de primer riesgo y retención individual correspondientes a cada rubro. Se hace notar que la retención es única, es decir, el porcentaje de retención es igual para todos los rubros.
- 3) Se suman las pérdidas netas para todas las ubicaciones y rubros.

3.2.2 Pólizas colectivas agrupadas

Se trata de una póliza con cobertura en capas que ampara a un grupo de ubicaciones probablemente numeroso y disperso geográficamente. No existen, en este tipo de póliza, deducibles, coaseguros, retenciones o límites de primer riesgo individuales ni por rubro. El proceso de ajuste de las pérdidas en este caso se lleva a cabo de la siguiente manera:

- 1) Se determina la pérdida bruta para cada ubicación y rubro.
- 2) Se suman las pérdidas brutas de todas las ubicaciones y rubros amparadas por la póliza.
- 3) Para determinar la pérdida neta para la compañía de seguros, se aplica sobre esta suma de pérdidas el efecto de una cobertura formada, en general, por una estructura de capas que incluyen sus retenciones y límites.

3.2.3 Pólizas colectivas semi-agrupadas

Se trata de una póliza con cobertura en capas que cubre las pérdidas que resultan en un grupo de ubicaciones después de la aplicación de deducibles y coaseguros individuales y por rubro. El proceso de ajuste de las pérdidas en este caso se lleva a cabo de la siguiente manera:

- 1) Se determina la pérdida bruta para cada ubicación y rubro.
- 2) Se determina la pérdida semi-neta en cada ubicación y rubro mediante la aplicación del efecto de deducible y coaseguro individuales; no existen, para este tipo de póliza, límites de primer riesgo ni retenciones individuales.
- 3) Se suman las pérdidas semi-netas de todas las ubicaciones amparadas por la póliza.
- 4) Sobre esta suma de pérdidas semi-netas se aplica el efecto de una cobertura formada, en general, por una estructura de capas que incluye retenciones y límites.

3.3 Cálculo de pérdida bruta de una edificación individual y para un rubro específico

En general, las pérdidas que se presentan durante un escenario hidrometeorológico en una ubicación dependen de las experimentadas en edificio, contenidos, consecuenciales y bienes bajo convenio expreso. Llamaremos β_E , β_C , β_S y β_B , a las pérdidas brutas que se presentan en los rubros

respectivos, expresadas como una fracción de los valores asegurados correspondientes. Llamaremos a las pérdidas así expresadas *pérdidas relativas*.

Supondremos que la pérdida bruta en un rubro específico tiene una distribución de probabilidades Beta, cuyos primeros dos momentos estadísticos, el valor esperado $E(\beta)$ y la desviación estándar $\sigma(\beta)$, se pueden calcular con las expresiones que se han indicado en el capítulo referente a vulnerabilidad. Conocidos los dos primeros momentos de la distribución Beta, ésta queda completamente determinada, puesto que sus dos parámetros, a y b , se relacionan con los dos primeros momentos de la siguiente manera:

$$a = \frac{1 - E(\beta_E) - E(\beta_E)C^2(\beta_E)}{C^2(\beta_E)} \quad (3.1)$$

$$b = a \left[\frac{1 - E(\beta_E)}{E(\beta_E)} \right] \quad (3.2)$$

donde $E(\beta_E)$ es el valor esperado de la pérdida bruta relativa del edificio mientras que el coeficiente de variación $C(\beta_E)$ se calcula como

$$C(\beta_E) = \frac{\sigma(\beta_E)}{E(\beta_E)} \quad (3.3)$$

donde $\sigma(\beta_E)$ es la desviación estándar.

Las fórmulas anteriores se dan para el caso de pérdida en edificio, pero son aplicables a los cuatro rubros.

3.4 Cálculo de la pérdida neta en una ubicación individual, para un rubro específico

Como en el inciso anterior, se usará como ejemplo el caso de pérdidas en un rubro, pero las fórmulas son aplicables a los otros tres. Para simplificar la notación, se omitirá el subíndice que corresponde al rubro.

El valor esperado de la pérdida bruta relativa β y su distribución de probabilidad se ven modificados, en general, por la aplicación de deducibles, límites de responsabilidad, retenciones y coaseguros a nivel de ubicación individual y rubro específico.

La pérdida relativa neta para la compañía de seguros, para el rubro correspondiente, guarda la siguiente relación con la pérdida bruta:

$$\beta_N = \begin{cases} 0 & \beta \leq D \\ (\beta - D)R(1 - C) & D < \beta \leq L \\ (L - D)R(1 - C) & \beta > L \end{cases} \quad (3.4)$$

donde

β_N = pérdida neta por rubro

β = pérdida bruta por rubro

D = deducible del rubro (como fracción de la suma asegurable)

L = límite de responsabilidad del rubro (como fracción de la suma asegurable)

C = coaseguro en el rubro (como fracción de la pérdida)

R = retención de la compañía de seguros (como fracción de la pérdida)

Como la distribución de la pérdida bruta relativa es Beta, el valor esperado de la pérdida neta se puede calcular a partir de la ecuación siguiente:

$$E[\beta_N] = (T_1 - T_2 + T_3)R(1 - C) \quad (3.5)$$

donde:

$$T_1 = \frac{a}{a+b} [F_B(L, a+1, b) - F_B(D, a+1, b)]$$

$$T_2 = D[F_B(L, a, b) - F_B(D, a, b)]$$

$$T_3 = (L - D)[1 - F_B(L, a, b)]$$

siendo $F_B(x, a, b)$ la función de distribución de la pérdida bruta β , que se ha modelado como una función Beta acumulada con parámetros a y b .

De la misma manera se puede calcular la media cuadrática de la pérdida neta:

$$E[\beta_N^2] = (u_1 - u_2 + u_3 + u_4)R^2(1 - C)^2 \quad (3.6)$$

donde:

$$u_1 = \frac{a(a+1)}{(a+b)(a+b+1)} [F_B(L, a+2, b) - F_B(D, a+2, b)]$$

$$u_2 = 2DT_1$$

$$u_3 = DT_2$$

$$u_4 = (L-D)T_3$$

La varianza de la pérdida relativa neta puede entonces calcularse con:

$$VAR(\beta_N) = E(\beta_N^2) - E^2(\beta_N) \quad (3.7)$$

Aunque las expresiones anteriores son generales, el cálculo de los momentos de β_N puede variar, dependiendo del tipo de póliza del que se trate. Veremos los casos particulares que resultan al tratar con los tres diferentes tipos de póliza.

3.4.1 Pólizas Individuales

En este caso, los valores de D , C , L y R usados en las expresiones 3.5 y 3.6 son respectivamente, el deducible, el coaseguro, la retención y el límite de primer riesgo individuales de la ubicación y el rubro correspondiente.

3.4.2 Pólizas agrupadas

Aquí, puesto que en este tipo de póliza no hay deducibles, coaseguros, retenciones o límites individuales, deberán emplearse las ecuaciones 3.5 y 3.6 con $D=0$, $C=0$, $L=1$ y $R=1$. En otras palabras, la pérdida neta, a nivel individual, es igual a la pérdida bruta.

3.4.3 Pólizas semi-agrupadas

En este caso, puesto que los deducibles y coaseguros sí se aplican a nivel individual, se usarán, para las ecuaciones 3.5 y 3.6 los valores de D y C correspondientes, mientras que L se tomará igual a 1 y R igual a 0, puesto que no existen límites de primer riesgo ni retenciones individuales, sino sólo colectivos.

3.5 Cálculo de pérdida neta en una ubicación considerando los cuatro rubros (P_{N1})

Llamaremos P_{N1} a la pérdida neta en una ubicación considerando los cuatro rubros, mostrada en el diagrama de flujo presentado al principio del capítulo 3. La pérdida monetaria neta que se tiene en una ubicación, P_{N1} , como resultado de la aplicación de las características del seguro individual, se calcula de la siguiente manera:

$$P_{N1} = \beta_{NE}M_E + \beta_{NC}M_C + \beta_{NS}M_S + \beta_{NB}M_B \quad (3.8)$$

donde β_{NE} , β_{NC} , β_{NS} y β_{NB} son las pérdidas netas relativas en edificio, contenidos, consecuenciales y bienes bajo convenio expreso, respectivamente, mientras que, M_E , M_C , M_S y M_B son las sumas asegurables correspondientes.

Supondremos que las cuatro pérdidas consideradas están completamente correlacionadas, en el sentido que la incertidumbre sobre ellas es nula dado el valor de cualquier otra. Si dividimos P_{N1} entre $M=M_E+M_C+M_S+M_B$, obtenemos una nueva variable aleatoria, que llamaremos β_{N1} , con dominio entre 0 y 1 y cuya esperanza y desviación estándar están dadas por:

$$E(\beta_{N1}) = \frac{M_E E(\beta_{NE}) + M_C E(\beta_{NC}) + M_S E(\beta_{NS}) + M_B E(\beta_{NB})}{M} \quad (3.9)$$

$$\sigma(\beta_{N1}) = \frac{M_E \sigma(\beta_{NE}) + M_C \sigma(\beta_{NC}) + M_S \sigma(\beta_{NS}) + M_B \sigma(\beta_{NB})}{M} \quad (3.10)$$

La ecuación 3.10 para la desviación estándar resulta de nuestra hipótesis de que las variables aleatorias β_{NE} , β_{NC} , β_{NS} y β_{NB} están completamente correlacionadas. En vista de estas definiciones, $E(P_{N1})=M E(\beta_{N1})$ y $\sigma(P_{N1})=M \sigma(\beta_{N1})$.

Se asignará a β_{N1} una densidad de probabilidades mixta dada por la siguiente ecuación:

$$f(\beta_{N1}) = P_0 \delta(\beta_{N1}) + (1 - P_0 - P_1) B(\beta_{N1}; a, b) + P_1 \delta(\beta_{N1} - 1) \quad (3.11)$$

donde:

P_0 = Probabilidad de que la pérdida relativa neta sea igual a cero, bajo la hipótesis adoptada sobre la correlación entre pérdidas de distintos rubros.

P_1 = Probabilidad de que la pérdida relativa neta sea igual a la suma expuesta, bajo la misma hipótesis de correlación.

$B()$ = función de densidad de probabilidad de tipo Beta con parámetros a y b .

$\delta(x)$ = función Delta de Dirac, que vale 1 cuando el argumento es nulo y cero en cualquier otro caso, mientras que su integral entre 0 e infinito vale también la unidad.

Se hace notar que, bajo cualquier hipótesis de correlación, tratándose de ubicaciones que pertenecen a pólizas agrupadas, $P_0=0$ y $P_1=0$, mientras que para ubicaciones que pertenezcan a pólizas semi-agrupadas, $P_1=0$.

3.6 Cálculo de pérdida neta en una póliza (P_{N2})

En general, la pérdida total en una cartera de ubicaciones agrupadas en una póliza se calcula sumando las pérdidas que se presentan en todas las ubicaciones después de aplicar las condiciones de seguro individual, por rubro, aplicando luego los efectos de las capas de la póliza agrupada.

Este cálculo, entonces, puede dividirse en dos pasos: 1) determinación de la densidad de probabilidades de P_S , definida como la suma de las pérdidas netas por ubicación para todos los inmuebles que forman la póliza (es decir, la suma de las P_{N1} de la póliza); y 2) aplicación del esquema de capas a la densidad anterior. En lo que sigue procederemos a explicar estos dos pasos.

3.6.1 Determinación de la densidad de probabilidades de P_S

Definimos la variable aleatoria β_S como el cociente de P_S y M_S , que es la suma de los valores expuestos de los inmuebles de la póliza, incluyendo todos los rubros. Se supondrá que β_S tiene una densidad de probabilidad similar a la de β_{N1} , dada en la ecuación 3.11:

$$f(\beta_S) = P_{0_S} \delta(\beta_S) + (1 - P_{0_S} - P_{1_S}) B(\beta_S; a_S, b_S) + P_{1_S} \delta(\beta_S - 1) \quad (3.12)$$

Para definir esta densidad, es necesario calcular cuatro valores: P_{0_S} , que es la probabilidad de que β_S sea exactamente igual a 0, P_{1_S} , que es la probabilidad de que la pérdida bruta en cada ubicación haya alcanzado su límite de primer riesgo; a_S y b_S . Estos dos últimos valores se determinarán de tal modo que la media y la varianza de β_S calculadas a partir de la densidad de la ecuación 3.12 sean iguales a las siguientes dos cantidades, respectivamente:

$$E(\beta_S) = E(P_S) / M_S \quad (3.13)$$

$$VAR(\beta_S) = VAR(P_S) / M_S^2 \quad (3.14)$$

donde:

$$E(P_S) = \sum_{i=1}^{N_U} M_i E(\beta_{N1i}) \quad (3.15)$$

$$VAR(P_S) = \sum_{i=1}^{N_U} M_i^2 VAR(\beta_{N1i}) + 2 \sum_{i=1}^{N_U} \sum_{j=i+1}^{N_U} M_i M_j \rho_{ij} \sqrt{VAR(\beta_{N1i}) \times VAR(\beta_{N1j})} \quad (3.16)$$

donde:

ρ_{ij} = coeficiente de correlación entre las pérdidas i y j

N_U = número de ubicaciones en la póliza

M_i = valor asegurable total (todos los rubros) de la ubicación i .

No es posible, con bases puramente empíricas, establecer valores para los coeficientes de correlación ρ_{ij} . En principio, este coeficiente debería depender al menos de la separación geográfica entre las dos ubicaciones consideradas. De hacerse así, sin embargo, el cálculo de la varianza sería numéricamente muy largo, sin ventajas apreciables de precisión.

Por estas razones, se adoptará un valor de 0.2, independientemente del tipo estructural y localización de la ubicación. Se adoptó este valor porque, después de simulaciones y análisis de sensibilidad, se observó que el incremento en la varianza de P_S no era excesivo cuando $\rho_{ij}=0.2$ y que, por otro lado, el premio que se tenía por el efecto de tener una cartera grande era notable pero no demasiado significativo.

Es importante señalar que, con la hipótesis de ρ_{ij} constante al que llamaremos ahora ρ , la expresión 3.16 puede adoptar la siguiente forma:

$$VAR(P_S) = (1 - \rho)V_S + \rho S_S^2 \quad (3.17)$$

donde:

$$V_S = \sum_{i=1}^{Nu} M_i^2 VAR(\beta_{N1i}) \quad (3.18)$$

$$S_S = \sum_{i=1}^{Nu} M_i \sqrt{VAR(\beta_{N1i})} \quad (3.19)$$

Más adelante se verá la utilidad de estas nuevas variables.

Finalmente, se hace notar que tratándose de pólizas agrupadas, $P_{0s}=0$ y $P_{1s}=0$ (en otras palabras, β_S tiene distribución Beta), mientras que para pólizas semi-agrupadas, $P_{1s}=0$.

3.6.2 Aplicación del esquema de capas a la densidad de probabilidad de P_S

El valor esperado de la pérdida neta de una póliza colectiva con múltiples capas se calcula de la siguiente manera:

$$E(\beta_{N2}) = \sum_{j=1}^{Ncapas} E(\beta_{Cj}) \quad (3.20)$$

donde $E(\beta_{Cj})$ es el valor esperado de la pérdida neta de la capa j , que se calcula como si se tratara del valor esperado de la pérdida neta en una póliza con deducible igual al límite inferior de la capa y límite de primer riesgo igual al límite superior de la capa, en la cual la pérdida bruta tuviera la distribución mixta dada en la ecuación 3.12.

La expresión para el cálculo de la media cuadrática de la pérdida es la siguiente:

$$E(\beta_{N2}^2) = \sum_{j=1}^{Ncapas} E(\beta_{Cj}^2) + 2 \sum_{k>j} \sum E(\beta_{Cj} \beta_{Ck}) \quad (3.21)$$

donde $E(\beta_{Cj}^2)$ es la media cuadrática de la pérdida neta de la capa j , que se calcula como si se tratara de la media cuadrática de la pérdida neta en una póliza con deducible igual al límite inferior de la capa y límite de primer riesgo igual al límite superior de la capa, en la cual la pérdida bruta tuviera la distribución mixta dada en la ecuación 3.12.

El segundo sumando de la ecuación 3.21 se calcula con la siguiente expresión:

$$\sum_{k>j} \sum E(\beta_{Cj} \beta_{Ck}) = (1 - P_{0t}) \sum_{k>j} \sum (v_{1jk} - v_{2jk} + v_{3jk}) \quad (3.22)$$

donde:

$$v_{1jk} = (L_j - L_{j-1}) \frac{a}{a+b} [F_B(L_k, a+1, b) - F_B(L_{k-1}, a+1, b)] \quad (3.23)$$

$$v_{2jk} = (L_j - L_{j-1}) L_{k-1} [F_B(L_k, a, b) - F_B(L_{k-1}, a, b)] \quad (3.24)$$

$$v_{3jk} = (L_j - L_{j-1}) (L_k - L_{k-1}) [1 - F_B(L_k, a, b)] \quad (3.25)$$

Se supondrá que β_{N2} tiene una densidad de probabilidad mixta similar a la de β_{N1} , dada en la ecuación 3.11:

$$f(\beta_{N2}) = P_{0N2} \delta(\beta_{N2}) + (1 - P_{0N2} - P_{1N2}) B(\beta_{N2}; a_{N2}, b_{N2}) + P_{1N2} \delta(\beta_{N2} - 1) \quad (3.26)$$

Para definir esta densidad, es necesario calcular cuatro valores: P_{0N2} , que es la probabilidad de que β_{N2} sea exactamente igual a 0; P_{1N2} , que es la probabilidad de que la pérdida de la póliza haya alcanzado su límite de primer riesgo; a_{N2} y b_{N2} . Estos dos últimos valores se determinarán de tal modo que la media y la media cuadrática de β_{N2} calculadas a partir de la densidad de la ecuación 3.26 sean iguales a las dadas en las ecuaciones 3.20 y 3.21.

Finalmente, la densidad de probabilidades de P_{N2} puede determinarse fácilmente puesto que $P_{N2} = Ms\beta_{N2}$

El efecto de la aplicación de las coberturas a nivel de póliza afecta, como se ha visto, al valor esperado y la varianza de la pérdida neta. Estas cantidades no son iguales antes y después de la aplicación de la cobertura de pólizas. Como veremos en el siguiente inciso, para poder calcular la varianza de las pérdidas en toda la cartera es necesario determinar los valores de Vs y de Ss (ver ecuaciones 3.18 y 3.19) después de la aplicación del seguro a nivel de póliza, cantidades que denominaremos V_{N2} y S_{N2} . Estas variables se determinarán de la siguiente manera:

$$V_{N2} = Vs \cdot F^2 \quad (3.27)$$

$$S_{N2} = Ss \cdot F \quad (3.28)$$

donde F^2 es el cociente entre las varianzas de la pérdida después y antes de la aplicación del seguro, es decir:

$$F^2 = \frac{VAR(P_{N2})}{VAR(Ps)} \quad (3.29)$$

3.7 Pérdidas en la cartera formada por diversas pólizas de todo tipo (P_{NE})

La pérdida neta total en una cartera durante un evento, P_{NE} es la suma de las pérdidas en las pólizas que la constituyen. Definiremos a β_{NE} como la pérdida total relativa en la cartera, es decir,

$$\beta_{NE} = \frac{P_{NE}}{\sum_k Ms_k} \quad (3.30)$$

donde la suma del denominador involucra a los montos expuestos para todas las pólizas, Ms_k , $k=1, \dots$, número de pólizas. Supondremos que la función de densidad de la pérdida relativa total en la cartera es de la forma siguiente:

$$f(\beta_{NE}) = P_{0NE} \delta(\beta_{NE}) + (1 - P_{0NE} - P_{1NE}) B(\beta_{NE}; a_{NE}, b_{NE}) + P_{1NE} \delta(\beta_{NE} - 1) \quad (3.31)$$

Para definir esta densidad, es necesario calcular cuatro valores: P_{0NE} , que es la probabilidad de que β_{NE} sea exactamente igual a 0 durante el evento; P_{1NE} , que es la probabilidad de que las pérdidas en todas las pólizas hayan alcanzado su límite máximo; a_{NE} y b_{NE} . Estos dos últimos valores se determinarán de tal modo que la media y la varianza de β_{NE} calculadas a partir de la densidad de la ecuación 3.31 sean iguales, respectivamente, a las dadas en las ecuaciones siguientes:

$$E(\beta_{NE}) = \frac{\sum_k Ms_k E(\beta_{N2k})}{\sum_k Ms_k} \quad (3.32)$$

$$VAR(\beta_{NE}) = \frac{(1 - \rho) \sum_k V_{N2k} + \rho (\sum_k S_{N2k})^2}{(\sum_k Ms_k)^2} \quad (3.33)$$

donde el subíndice k se refiere a los valores correspondientes a la póliza k .

En este momento tenemos definida la densidad de probabilidades de la pérdida neta de la cartera suponiendo que ocurrió un evento correspondiente a un peligro hidrometeorológico.

3.8 Tasa de excedencia de las pérdidas en una cartera

3.8.1 Tasa de excedencia de pérdida para un peligro específico

La tasa de excedencia de una pérdida ante un peligro específico es el número medio de veces al año en que dicha pérdida será igualada o excedida. La tasa de excedencia de un cierto valor de pérdida, $v_m(p)$, definida como la frecuencia anual con que ocurren eventos asociados al peligro m que produzcan una pérdida igual o mayor que p , se calcula de la siguiente manera:

$$v_m(p) = \sum_i \Pr(P_{N2i} > p) PA_i \quad (3.34)$$

donde la suma se extiende para todos los eventos asociados al peligro m y la probabilidad de que la pérdida sea superior a p durante el evento l se calcula integrando adecuadamente la función de densidad de probabilidades calculada para el l -ésimo evento, que se presenta en la ecuación 3.31.

3.8.2 Tasa de excedencia de pérdidas considerando todos los peligros

Supondremos que los eventos asociados a los diferentes peligros son independientes entre sí y son también independientes los eventos asociados a diferentes peligros. En consecuencia, la tasa de excedencia total de un valor de pérdida p por efecto de los NP peligros, es simplemente la suma de las tasas asociadas a cada peligro:

$$v(p) = \sum_m v_m(p) \quad (3.35)$$

3.9 Pérdida Máxima Probable

3.9.1 Definición

La Pérdida Máxima Probable, también conocida como *PML*, es un estimador del tamaño de la pérdida que se excedería poco frecuentemente en una cartera sometida a la ocurrencia de ciertos eventos, en nuestro caso los hidrometeorológicos.

Para los fines de las presentes bases técnicas se definirá como *PML* a la pérdida asociada a un periodo de retorno de 1500 años, es decir, aquella que se excederá, en promedio, una vez cada 1500 años. Esto equivale a decir que la *PML* es la pérdida para la cual se satisface que:

$$v(PML) = \frac{1}{1500} \text{años}^{-1} \quad (3.36)$$

3.9.2 Riesgo tolerable

En el inciso anterior se señaló que la *PML* es una pérdida que será excedida poco frecuentemente. Qué tan poco frecuentemente se esté dispuesto a aceptar que las pérdidas excedan la *PML* mide, esencialmente, el riesgo tolerable.

De acuerdo con la definición del inciso anterior, el riesgo tolerable al asociar la *PML* a un periodo de retorno de 1500 años es, en promedio, una excedencia cada 1500 años. Por tratarse de un proceso de ocurrencias aleatorio, modelado como proceso de Poisson, que en promedio se tenga una excedencia cada 1500 años no significa que la próxima excedencia ocurrirá dentro de 1500 años; el tiempo de ocurrencia es aleatorio y no puede determinarse cuándo ocurrirá el siguiente gran evento.

Sin embargo, aunque no puede saberse el instante de ocurrencia del próximo evento, bajo la hipótesis de ocurrencias Poissonianas, sí es posible determinar la probabilidad de que en los próximos Te años (el lapso de exposición) ocurra al menos un evento con pérdidas superiores a la *PML*, es decir, lo que en análisis probabilista se conoce como la "probabilidad de ruina", P_R .

En general, esta probabilidad puede calcularse de la siguiente manera:

$$P_R = 1 - \exp(-Te/Tr) \quad (3.37)$$

donde Tr es el periodo de retorno asociado a la *PML* (1500 años en nuestro caso). Por ejemplo, la probabilidad de que la *PML* se exceda al menos una vez durante el próximo año, P_{R1} , vale:

$$P_{R1} = 1 - \exp(-1/1500) \approx \frac{1}{1500} \quad (3.38)$$

de donde se observa que, para periodos de retorno grandes, la probabilidad anual de excedencia es aproximadamente igual al inverso del periodo de retorno de la *PML*. En la tabla siguiente se presentan valores de la probabilidad de excedencia de la *PML* que tiene un periodo de retorno de 1500 años, para diversos valores del lapso de exposición:

Tabla 3.1. Probabilidad de que la *PML* se exceda en los próximos Te años

Periodo de exposición (Te , años)			
1	10	20	50
0.1%	0.7%	1.3%	3.3%

Se observa, por ejemplo, que la probabilidad de que la *PML* sea excedida en los próximos 20 años es 1.3%.